

Hystérésis et compression médicale : liens et intérêts.

Hysteresis and medical compression: links and interests.

Cornu-Thenard A., Jollivet P.

Résumé

Définition et but

L'hystérésis est la propriété d'un matériau à reprendre sa forme initiale après avoir été étiré puis relâché.

Ce phénomène est très bien décrit pour les bandes élastiques mais peu pour les bas médicaux de compression.

Le but du document est donc de faire le point à propos de l'hystérésis dans le domaine de la compression médicale, bandes et bas.

Matériel et méthode

Deux bandes d'élasticité différente et trois bas élastiques de série, sont employés pour cette expérimentation in vitro. Les mesures de compression sont réalisées sur dynamomètre selon des méthodes d'essai utilisées en Europe. Des courbes d'étirement et de relâchement sont ainsi construites, analysées et comparées.

Résultats

L'analyse des courbes, bandes et bas, objective une différence importante entre le moment de l'étirement et celui du relâchement : les courbes ne se superposent pas. C'est la mise en évidence physique de l'hystérésis. Pour les bandes, nos résultats confirment cette notion bien connue : les bandes à allongement court donnent des courbes concaves et celles à allongement long donnent des courbes convexes, très différentes. ❖

Summary

Definition and purpose

Hysteresis is the property of a material to regain its original shape after being stretched and then released.

This phenomenon is very well described for elastic bands but little for medical compression stockings.

The aim of the document is therefore to focus about hysteresis in the field of medical compression, bands and stockings.

Material and method

Two bands of different elasticity and three elastic stockings are used for this in vitro experiment.

The compression measurements are carried out on a dynamometer according to test methods used in Europe.

Curves of stretching and relaxation are thus constructed, analyzed and compared.

Results

The analysis of curves, bands and bottoms, is an important difference between the moment of stretching and that of relaxation: the curves do not overlap.

This is the physical evidence of hysteresis.

For the bands, our results confirm this well-known notion: the short elongation bands give concave curves and those with long elongation give very different convex curves. ❖

André Cornu-Thenard. Hôpital Saint Antoine. 2, rue Faidherbe, 75011 Paris, France.

Tél : +33 6 0741 7599

andre.cornuthenard@wanadoo.fr

Pascal Jollivet MD, Ingénieur, Castres, France.

pascal.jollivet@pierre-fabre.com

Hystérésis et compression médicale : liens et intérêts.

Discussion et conclusion

Les résultats obtenus à propos des bandes confirment les travaux antérieurs sur l'hystérésis. Pour les bas, la nouveauté est la présentation des courbes non pas par le % d'allongement du bas, mais par les centimètres d'extension du même bas.

Cette présentation correspond au périmètre de la cheville sur laquelle est posé le bas, ce qui est beaucoup plus facile à appréhender. Sur le plan pratique disposer de la courbe de chaque bas vendu en France mais aussi dans le monde, serait très intéressant.

La raison en est simple : la courbe elle-même permettrait de connaître l'ensemble des pressions qu'un BMC pourrait donner en fonction de la circonférence de la cheville du patient.

Mots-clés : hystérésis, courbes d'hystérésis, bandes élastiques, bas de compression médicale, « stiffness », coefficient de résistance, superposition.

Discussion and conclusion

The results obtained with respect to the bands confirm the previous work on the hysteresis.

For the stockings, the novelty is the presentation of the curves not by the % of elongation of the bottom, but by the centimeters of extension of the same bottom.

This presentation corresponds to the perimeter of the ankle on which the bottom is placed, which is much easier to apprehend.

Practically speaking, having the curve of each stock sold in France but also in the world, would be very interesting.

The reason is simple: the curve itself would make it possible to know all the pressures that a BMC could give depending on the circumference of the ankle of the patient.

Keywords: hysteresis, hysteresis curves, elastic bands, medical compression stockings, stiffness, resistance coefficient, superposition.

Introduction

Sir James Alfred Ewing (**Figure 1**), diplômé de l'université d'Edinburgh, professeur à l'université de Tokyo, fut le premier à découvrir le phénomène de l'hystérésis en étudiant les tremblements de terre. Le mot hystérésis (ou hystérèse) vient du Grec, *husteros* qui signifie « retard » [1, 2].



FIGURE 1 :
Sir Alfred Ewing
(1855-1935).
Découvreur du
phénomène de
l'hystérésis.

L'hystérésis est la propriété d'un matériau à reprendre sa forme initiale après avoir été étiré puis relâché.

Ce phénomène existe dans la nature quasiment à tous les niveaux : dans l'électricité, le magnétisme et bien d'autres domaines, en particulier dans tout ce qui est élastique, donc dans la compression médicale.

Qui n'a pas déjà constaté le *retour non-immédiat* à sa dimension initiale, d'une bande élastique suffisamment étirée puis relâchée ? (**Schéma 1**).

Ce phénomène, bien connu dans le domaine des bandes médicales (Bd.M) [1, 2, 3, 4], ne l'est que très peu dans celui des bas médicaux de compression (BMC) [1, 2, 5, 6, 7, 8].

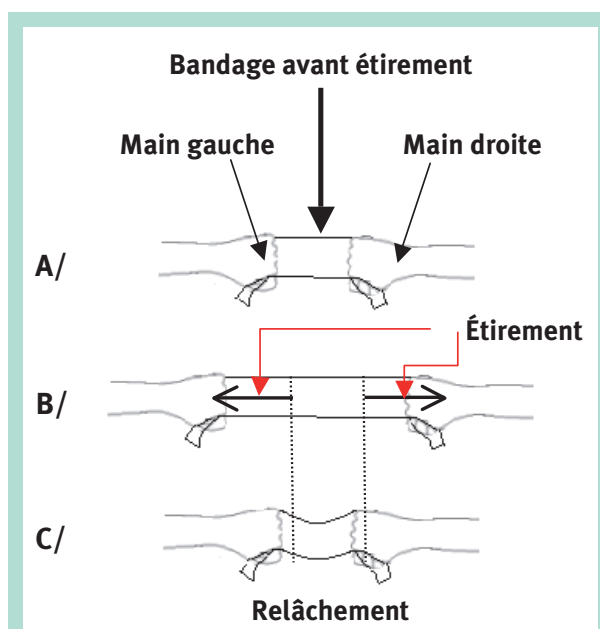


SCHÉMA 1 : Mise en évidence du phénomène de l'hystérésis.

A/ Les 2 mains tiennent le BMC par 2 bouts.

B/ Étirement à partir de ces 2 bouts, puis arrêt fixe.

C/ Au relâchement (rapide) lorsque les 2 mains reviennent à leur position initiale, comme en A/, le bandage est plus long !
(Faites l'expérience vous-même).



FIGURE 2 : Système IFTH France.

1. Le BMC est placé entre les 2 mâchoires du dynamomètre, (au repos).

2. Par l'intermédiaire du piston, le BMC est étiré (vitesse et temps d'étirement en fonction de ce qui est demandé ou prévu).

3. Le relâchement se fait de la même manière.

Dans le même temps, l'ensemble des courbes est enregistré par ordinateur. En travaillant sur les fichiers Excel qui en résultent, la connaissance sur la Compression de tous ces matériels devient accessible, en particulier leur élasticité ou inélasticité.



FIGURE 3 : Système HOSY allemand.

Le principe est le même, mais notablement plus perfectionné.

L'étirement peut se faire dans les 2 sens sur toute la longueur du bas, en même temps ou séparément.

Ainsi, en un temps, il y a confirmation de la dégressivité du matériel testé et de son pouvoir de résistance (inélasticité in vitro).

Inconvénient majeur : cet instrument coûte très cher.

En raison de ce vide partiel, les auteurs ont décidé de réaliser un document faisant le point sur l'hystérésis à la fois des bandes et surtout des bas.

Le but principal de l'étude est de mieux connaître ce phénomène en étudiant le type de courbes obtenues lors des phases d'étirement et de relâchement de ces deux types de compression. Des conséquences pratiques en découlent.

Matériel et méthodes

Pour visualiser et étudier ce phénomène d'hystérésis pour ce type de matériel, il est nécessaire d'utiliser un appareil qui mesure une force produite par un allongement : un dynamomètre (Figures 2 et 3) [1, 3, 8].

L'hystérésis est mise en évidence uniquement lors de son relâchement. Lors de l'étirement une première courbe se dessine et lors du relâchement la courbe qui apparaît ne se superpose pas avec la première (Figure 4).



FIGURE 4 : Courbe d'hystérésis à partir d'une bande élastique.

La courbe d'étirement est très différente de la courbe de relâchement.

Matériel

Les produits

Le matériel utilisé est représenté par deux Bd.M et trois BMC, tous de série :

Hystérésis et compression médicale : liens et intérêts.

- une Bd.M à un allongement court ($>10\%$ et $<100\%$ d'allongement) nommée Flexidéal®, la Bd.M à allongement long ($\geq 100\%$) est une Biflex® 16,
- les trois BMC sont représentés par :
 - Un BMC de 15-20 mmHg de pression à la cheville, Veinostim® 15-20, avec élasthanne.
 - Un BMC de 20-30 mmHg de pression à la cheville, Veinostim® 20-30, avec élasthanne.
 - Et un BMC de 35-45 mmHg de pression à la cheville, Sigvaris 504 France avec de gomme naturelle.

L'appareil de mesure

Deux méthodes dynamométriques sont communément utilisées (**Figures 2 et 3**) :

- Celle employée par l'IFTH (Institut Français du Textile et de l'habillement).
- Et celle employée par Hohenstein, le système HOSY (Institut Hohenstein Allemand).
- D'autres appareils existent [7, 8].

Ces 2 appareils permettent :

- D'étirer le matériel élastique entre deux mâchoires reliées à des capteurs.
- De retranscrire de manière graphique par ordinateur les données (force en fonction de l'allongement du tissu).
- À l'étirement du tissu le tracé prend de l'ampleur (la pression s'amplifie), inversement au relâchement la pression diminue, pour revenir en fin de course à zéro.
- De comparer les tracés, les vitesses du déroutement étant connues.
- De tracer et de visualiser la pression (en mmHg) par la variation de la circonférence d'application (en % d'allongement ou en centimètre).
- Pour les Bd.M les résultats s'énoncent en Newton par % d'allongement.
- Pour les BMC deux possibilités existent :
 - en Newton par % d'allongement (essentiellement pour les physiciens),
 - ou ce qui est beaucoup plus accessible et pratique pour le corps médical, en mmHg par centimètre d'extension.

Pour notre étude, un dynamomètre semblable à celui qui équipe l'IFTH a été utilisé. Il permet d'enregistrer facilement les courbes d'hystérésis (**Figure 4**).

Méthode

Les mesures de compression faites sont réalisées selon des méthodes d'essai utilisées en Europe [8, 9, 10, 11].

Pour la mesure de l'hystérésis des Bd.M :

1. Une épaisseur de bande est pincée entre les mâchoires (mors) du dynamomètre, puis étirée à une vitesse constante, créant ainsi le tracé de la force en fonction de l'allongement.



FIGURE 5 : Jambe en bois pour vérification du matériel, forme et dégressivité.

La Bd.M est étirée jusqu'à l'allongement désiré :

- pour une bande à allongement court, l'étirement est à 60 %,
- pour une bande à allongement long, l'étirement est de 50 % (correspondant à l'étirement d'application).

La force mesurée est enregistrée lors de l'étirement puis du relâchement.

2. Pour la mesure de l'hystérésis des BMC :

Chaque bas est placé sur une jambe modèle pour repérer et marquer le point B (situé à la hauteur de la cheville du bas) (**Figure 5**).

Ensuite, il est placé sur le dynamomètre à la hauteur de ce point B.

Les forces sont mesurées en fonction de l'allongement, lors de l'étirement et du relâchement [6, 7, 8].

Elles sont imprimées sur un document.

La vitesse de déplacement du bras du dynamomètre est de 200 mm/minute.

Résultats

Seront vus successivement les résultats des enregistrements des courbes d'hystérésis des bandes puis des bas.

Courbes d'hystérésis des deux types de bandes

Généralités

L'hystérésis est bien mise en évidence lors du relâchement par la **non** superposition des 2 courbes.

Pour la Bd.M à allongement court

La forme de la courbe est concave lors de son étirement et de son relâchement.

Sa pente est faible au départ et forte à son allongement d'application.

Au départ de la courbe une variation forte d'allongement entraîne une faible variation de force, par contre à sa dimension d'application une faible variation d'allongement entraîne une forte variation de force (**Figure 6**).

Pour la Bd.M à allongement long

La forme de la courbe est convexe lors de son étirement et de son relâchement. Sa pente est forte au départ et faible à son allongement d'application.

L'hystérésis est mise en évidence par une perte de force lors du retour (**Figure 7**).

Courbes d'hystérésis des BMC

Comme pour les bandes, les courbes des bas sont représentées *habituellement* par la force en centi-Newton, en fonction de l'allongement en % (**Figure 8**).

Cependant, il paraît pertinent pour mieux répondre aux préoccupations des praticiens (médecins, chirurgiens, infirmiers, kinésithérapeutes, ...) de représenter ces courbes d'hystérésis, avec leurs pressions en mmHg et leurs circonférences d'application en cm. [6, 7, 8, 12, 13, 14].



FIGURE 6 : Courbe d'hystérésis d'une bande élastique à allongement court à plat.



FIGURE 7 : Courbe d'hystérésis d'une bande élastique à allongement long à plat.

FIGURE 8 : Courbe d'hystérésis d'une bande élastique à allongement long, à plat.



De plus, cela permettrait de mieux appréhender la plupart des publications qui sont sous cette forme, spécifiquement pour les bas médicaux (**Figure 9**).

(La transformation est simple : la circonférence correspond au % d'allongement et par l'intermédiaire de la loi de Laplace les forces cN se convertissent en pression mmHg.)

La forme de la courbe est convexe quelque soit le moment, étirement ou relâchement.

Sa pente, forte au départ, se ralentit puis s'aplatit jusqu'à devenir stable (à son domaine d'application).

Ainsi, au départ de la courbe, une faible variation d'allongement entraîne une forte variation de force, à l'inverse à la dimension d'application, on constate facilement qu'une forte variation d'allongement n'entraîne qu'une faible variation de force.

L'hystérésis est mise en évidence par une perte de force, faible, lors du retour (**Figures 8, 9, 10**).

Pour les 3 BMC, les courbes sont similaires :

- Au tout début, les pressions montent rapidement puis s'infléchissent doucement pour s'aplanissent à leur allongement maximal.
- La courbe du 504 n'offre pas le même aspect : au relâchement, il existe une perte de pression significative dans la partie basse du tracé.

Discussion

À propos de l'hystérésis des bandes

Les différentes formes de ces courbes, concaves et convexes, en fonction des types de bandes sont connues et décrites depuis longtemps [1, 2, 3, 4, 5, 9, 12].

FIGURE 9 : Même BMC que pour Fig. 8 (bas 25-30 mmHg). En ordonnée la pression en mmHg, en abscisse la circonférence en cm.





FIGURE 10 : Courbe d'un Sigvaris 504. Notez la différence de pente entre les 2 tracés.

Cependant, il faut remarquer qu'il est impossible d'extrapoler ces connaissances basiques et physiques (ci-dessus décrites) à notre pratique quotidienne.

Ceci d'autant plus qu'une bande dans la main ne peut reproduire les effets d'un bandage sur une jambe.

Une réflexion complémentaire vient un peu plus compliquer cette notion : la pose d'une bande s'effectue par étirement puis ensuite maintenue **pratiquement** à cet étirement sans avoir de réel relâchement.

Le phénomène d'hystérésis ne devrait donc pas apparaître.

Des études plus précises devraient être faites en fonction du nombre de tours de spires et de leur superposition, mais comment reproduire les effets d'un bandage sur un dynamomètre ?

À propos de l'hystérésis des bas

Les courbes d'hystérésis des BMC ont un aspect beaucoup plus simple, proches des courbes des bandes à allongement long.

La retranscription de ces courbes, mmHg par cm, simplifierait leur compréhension et surtout leur utilisation par tous.

Au démarrage de l'*étirement*, la pente est raide, puis elle s'infléchit lentement pour devenir quasi horizontale. (Figure 9)

Autrement dit : **à petite circonférence (17 cm par exemple), pente raide : donc forte augmentation de pression pour 1 à 2 cm d'allongement. À grande circonférence correspondant à l'application* (24 cm par exemple) : pente quasi horizontale.**

* C'est-à-dire à ce qui est présenté sur les documents vendus en même temps que les BMC.

Ainsi à ce niveau une petite variation de circonférence entraîne une faible variation de pression. En d'autres termes, une faible diminution de la circonférence de la cheville ou une faible augmentation, permettent d'assurer la quasi même pression thérapeutique.

Cette horizontalité est une des raisons pour laquelle les BMC sont vendus en proposant des tailles allant la plupart du temps de 2 cm en 2 cm, en gardant ainsi, une pression quasi identique.

Il est important de noter que le coefficient de résistance (autrement dit : la stiffness *in vitro* [15]) est variable tout au long de chaque courbe.

Des études sont à poursuivre pour évaluer l'impact des matières, des structures, des fabrications et autres.

Un exemple : pour le bas Sigvaris 504 la pente de retour ne suit pas la même représentation (Figure 10).

La perte de pression n'existe quasiment pas à 27 cm.

Elle est de 10 mmHg à 23 cm et de 20 mmHg à 21 cm de circonférence de cheville.

Est-ce un problème de tissu, de structure, de fabrication, ou autre ?

L'étude est donc à poursuivre, en utilisant d'autres BMC provenant d'autres marques.

Conséquences pratiques

Pour les Bd.M

Les courbes mettent en évidence que les bandes à allongement court nécessiteront une remise en place fréquente en présence d'un œdème.

En effet chaque pose de BdM va permettre une certaine diminution, imposant une remise en place pour poursuivre son efficacité.

Mais une fois l'œdème réduit, la récurrence sera évitée avec plus d'efficacité (et avec la même bande), du fait de la résistance importante du matériel [1, 2, 15].

Pour simuler un bandage (c'est-à-dire plusieurs tours de bande autour de la jambe) nous aurions pu multiplier le nombre de bandes sur le graphe, simulant ainsi une superposition, mais cela nous a paru être une extrapolation douteuse et non scientifique.

Pour les BMC

À une taille près, un BMC conserve une pression quasi constante

Selon les courbes d'hystérésis présentées ici, la pression d'un BMC persiste, même à une taille en dessous de la taille initiale prévue.

Ce n'est donc pas grave s'il n'y a pas une exactitude au cm près sur l'ordonnance.

En présence d'œdème :

Il est classique d'« imposer » d'adapter la taille du BMC à la circonférence de la cheville, donc 1 ou 2 tailles (ou plus) au-dessus de la même cheville *sans* œdème [1, 2, 9, 10, 11, 16]...

En utilisant les résultats indiqués ci-dessus, en cas d'œdème, l'utilisation (donc la prescription) d'un BMC de la taille avec œdème, n'implique pas une baisse de pression catastrophique.

Donc, il n'est pas obligatoire de changer de taille dans le cas où l'œdème viendrait à diminuer de 2 à 4 cm.

Seule obligation : que le BMC soit porté [17].

Dosage à administrer

La courbe d'hystérésis d'un BMC indique immédiatement la relation entre le périmètre de la cheville du patient (ou taille du BMC) et la pression délivrée (en mmHg), donc le dosage à administrer pour une pathologie donnée.

Ainsi si pour chaque BMC la courbe d'hystérésis correspondante était indiquée, leur prescription deviendrait extrêmement facile.

(La notice accompagnante deviendrait l'égale de toute notice de médicament).

Une conséquence supplémentaire :

L'abandon « quasi complet » du système des classes de compression !

En effet, les courbes d'hystérésis et leur lecture (voir le 2c), les remplaceraient aisément.

L'ensemble, fabrication, dosage, prescription, délivrance, utilisation, deviendrait d'une clarté limpide [18, 19].

Les classes de compression, si différentes d'un pays à l'autre [20], « pourraient disparaître » au profit d'un système simple et universel.

Le monde de la compression médicale parlerait enfin un même langage !

Sa mise en application risque de prendre malheureusement beaucoup de temps. Mais que d'avantages !

Conclusion

Pour visualiser le phénomène d'hystérésis en matière de compression médicale des appareils dynamométriques sont nécessaires.

Les courbes obtenues pour les Bd.M à allongement long et les BMC sont similaires c'est-à-dire convexe. Les Bd.M à allongement court ont leur particularité.

Les courbes d'hystérésis des BMC donnent de précieux renseignements : les bas sont fabriqués pour donner une pression déterminée (en mmHg) pour un taillage précis (en cm de périmètre de cheville).

Mais la représentation graphique de ces courbes (les centimètres en abscisse et mmHg en ordonnée) permettrait de visualiser facilement l'étendue de l'ensemble des pressions fournies pour chaque bas fabriqué.

Pressions et résistance (ou dureté) seraient donc à la portée de tous.

La communication par les fabricants des informations concernant l'hystérésis, permettrait d'aider le prescripteur dans la rédaction d'une ordonnance « ad hoc », plus médicamenteuse qu'empirique !

Références

1. Parts H., Rabe E., Stemmer R. La compression-thérapie des extrémités. Paris. Éditions Phlébologiques Françaises 1999.
2. Gardon-Mollard C., et Ramelet AA. La compression médicale. Paris, Masson 2000.
3. Khaburi J.A., Nelson E.A., et al. Impact of variation in limb shape on sub-bandage interface pressure. Phlebology 2011 ;26 : 20-8.
4. Mosti G., Mattaliano V. Simultaneous changes of leg circumference under different bandages. Eur J Vasc Endovasc Surg 2007 ; 33 : 476-82.
5. Khaburi J.A., Nelson E.A., et al. Impact of multilayered compression bandages on sub-bandage interface pressure: a model. Phlebology 2011 ; 26 : 75-83.
6. Cornu-Thenard A. Réduction d'un œdème veineux par bas élastiques, unique ou superposés. Notion de coefficient résistance. Phlébologie 1985 ; 38 : 159-68. (Abstract in English and in Swiss Med 1988 : 10).
7. Van Gerwen D. Pressure gradient tolerance in compression hosiery. Thèse de Médecine 1994. Promoteur : Prof. Dr. J.P. Kuiper.
8. Stolk R. Quick pressure determining device for Medical Stockings. Swiss Med 1988 ; 10,4a : 91-6.

9. Rabe E., Partsch H., Jünger M., et al. Guidelines for clinical studies with compression devices in patients with venous disorders. Eur J Vasc Endovasc Surg 2008 ; 35 : 494-500.
10. Partsch H., Clark M., Mosti G., et al. Classification of Compression Bandages: Practical Aspects. Dermatol Surg 2008 ; 34 : 600-9.
11. CEN and French Health Authorities. Medical Compression. – September 2010.
12. Partsch H., Clark M., Bassez, et al. Measurement of Lower Leg Compression in Vivo: Recommendations for Interface Pressure and Stiffness. Dermatol Surg 2006 ; 32 : 229-38.
13. Cornu-Thenard A. The pressure is good information but insufficient to appreciate the characteristics of an elastic stocking: The hysteresis curve is mandatory. Swiss Med 1988 ; 10,4a : 64-6.
14. Van Geest A.J., Veraart J.C., Nelemans P., Neumann H.A. The effect of medical elastic compression stockings with different slope values on edema. Measurements underneath three different types of stockings. Dermatol Surg 2000 ; 26 : 244-7.
15. Cornu-Thenard A., Benigni J.P., Uhl J.F. Terminology: Resistance or Stiffness for Medical Compression Stockings? Veins and Lymphatics 2013 ; 2 : e4.
16. Partsch H., Flour M., Coleridge Smith P., et al. Indications for Compression Therapy in Venous and Lymphatic Disease – A Consensus. Int Angiol 2008 ; 27 : 193-219.
17. Uhl F.J., Benigni J.P., Chahim M., Delinotte F. Prospective randomized controlled study of patient compliance in using a compression stocking: Importance of recommendations of the practitioner as a factor for better compliance. Phlebology 2016 ; 0(0), Dec 9 : 1-8. pii : 0268355516682886.
18. Cornu-Thenard A., Boivin P., Carpentier P.H., et al. Superimposed Elastic Stockings: Pressure Measurements. Dermatol Surg 2007 ; 33 : 269-75.
19. Benigni J.P., Echegut P., Mourmaren M., et al. Compression Stockings for Treating Venous Leg Ulcers. Journal of Wound Technology 2010 ; 8 : 20-5.
20. Stemmer R. Verordnung von Kompressionsstrümpfen und Sozialversicherung. Swiss Med 1988 ; 10 : 101-2.

ANNEXE I

Définition des mots utilisés

Bande :

Étoffe longue et étroite, non tubulaire, tissée, tricotée ou non-tissée, destinée à être utilisée dans toute sa largeur [NF S 97-115 – Norme AFNOR].

Bandage :

Résultat de l'application de tours de bande sur une partie du corps.

Bas :

Dispositif tubulaire composé d'un matériau élastique (des fils d'élasthanne par exemple) qui exerce une contre-pression sur le membre qu'il recouvre (généralement une jambe, plus rarement le bras), afin de réduire ou empêcher l'accumulation de liquide interstitiel (œdème).

Allongement :

Les bandes de compression médicales se distinguent classiquement par :

- les bandes à allongement long (≥ 100 % d'allongement),
- les bandes à un allongement court (> 10 % et < 100 %),
- et les bandes inélastiques (allongement < 10 %).

Cette distinction est fonction de l'allongement maximal de la bande [8].

ANNEXE II

Coefficient de résistance

- **Le coefficient de résistance** caractérise la variation *in vitro* de la Force ou de la Pression par unité d'allongement.

Il correspond à la *pente* de la courbe au point considéré (**Figure 4**).

Il s'exprime en force par % d'allongement ou comme cela se fait depuis 1985, en mmHg par cm d'extension [5, 6, 14, 16, 17].

- **Il est à différencier du terme Stiffness**, qui caractérise la même variation mais *in vivo*.

Elle se mesure à l'aide d'un capteur positionné au point B1, entre la peau et le BMC ou le Bd.M [7, 8, 11, 13].